

Examen de Matemáticas – 2º de ESO

Importante: procura escribir, en los ejercicios que sea necesario, un desarrollo o procedimiento que conduzca a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros. [2 puntos; 0,5 puntos por apartado]

a) $(6-4)\cdot 8 + 5 - 3\cdot(-2-1) - (13-3):5$
b) $1+5\cdot(4-2-6)-3\cdot(-2+4-8)-7\cdot(-5)$
c) $[3\cdot(6-2)+9]:[13-3\cdot(4-2)]$
d) $(-3-5)\cdot(8-4)-(-19+3):(12-8)$

2. Calcula las siguientes potencias. [1 punto; 0,2 puntos por apartado]

a) $(-7)^3$ b) -2^6 c) $(0,5)^0$ d) $(-5)^4$ e) $(-1)^{101}$

3. Utiliza las propiedades de las potencias para expresar el resultado final en forma de potencia única.
[1 punto; 0,2 puntos por apartado]

a) $5^{-3} \cdot 5^8$ b) $(-2^5):2^3$ c) $(x^2)^5$ d) $(-12)^9 : 6^9$ e) $(-4)^5 \cdot (-2)^5$

4. Realiza las siguientes operaciones combinadas con potencias utilizando las propiedades. Deja el resultado final en forma de potencia única. [1 punto; 0,2 puntos por apartado]

a) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ b) $[(-2)^6 \cdot 2^3] : (2^3)^2$ c) $[8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4$ d) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

5. Realiza las siguientes operaciones donde aparecen operaciones de todo tipo, incluidas potencias y raíces. El resultado final ha de ser un número entero. [2 puntos; 0,5 puntos por apartado]

a) $10 - 2\cdot(-3)^2 + 5\cdot(-6+2^2)^2$
b) $[9 - \sqrt{25} \cdot (-2)^3] : [(-3-1)^2 - 9]$
c) $[\sqrt{3-2} + 5\cdot 2^2 + (-3)^3 + (-4)^0] : (1+4)^1$
d) $(6+2\cdot 3^2 + 3\cdot 2^2) : (3-\sqrt{81})^2$

6. a) Factoriza en producto de números primos los números 252 y 2940. [0,4 puntos]

- b) Halla mcd(135, 180) y mcm(48, 54). [0,6 puntos]

7. Un rollo de cable mide más de 150 metros y menos de 200 metros. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 metros y también en trozos de 9 metros? [1 punto]

8. Se desea envasar 125 botes de conserva de tomate y 175 botes de conserva de pimiento en cajas del mismo número de botes, y sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántos botes irán en cada caja? [1 punto]

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} \text{a)} & (6-4) \cdot 8 + 5 - 3(-2-1) - (13-3) : 5 = \\ & = 2 \cdot 8 + 5 - 3(-3) - 10 : 5 = 16 + 5 + 9 - 2 = \underline{\underline{28}} \\ \text{b)} & 1 + 5 \cdot (4-2-6) - 3 \cdot (-2+4-8) - 7 \cdot (-5) = \\ & = 1 + 5 \cdot (-4) - 3 \cdot (-6) - 7 \cdot (-5) = 1 - 20 + 18 + 35 = \underline{\underline{34}} \\ \text{c)} & [3 \cdot (6-2) + 9] : [13 - 3 \cdot (4-2)] = \\ & = [3 \cdot 4 + 9] : [13 - 3 \cdot 2] = (12 + 9) : (13 - 6) = 21 : 7 = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

$$\text{d)} (-3-5) \cdot (8-4) - (-19+3) : (12-8) = \\ = -8 \cdot 4 - (-16) : 4 = -32 - (-4) = -32 + 4 = \underline{\underline{-28}}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} \text{a)} & (-7)^3 = \underline{\underline{-343}} ; \quad \text{b)} -2^6 = \underline{\underline{-64}} ; \quad \text{c)} (0,5)^0 = \underline{\underline{1}} \\ \text{d)} & (-5)^4 = \underline{\underline{625}} ; \quad \text{e)} (-1)^{101} = \underline{\underline{-1}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{aligned} \text{a)} & 5^{-3} \cdot 5^8 = 5^{-3+8} = \underline{\underline{5^5}} ; \quad \text{b)} (-2^5) : 2^3 = -2^{5-3} = \underline{\underline{-2^2}} \\ \text{c)} & (x^2)^5 = \underline{\underline{x^{10}}} ; \quad \text{d)} (-12)^9 : 6^9 = \underline{\underline{-2^9}} ; \quad \text{e)} (-4)^5 \cdot (-2)^5 = \underline{\underline{8^5}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{aligned} \text{a)} & (5^2)^5 : [(-5)^3]^2 = 5^{10} : (-5)^6 = 5^{10} : 5^6 = \underline{\underline{5^4}} \\ \text{b)} & [(-2)^6 \cdot 2^3] : (2^3)^2 = (2^6 \cdot 2^3) : 2^6 = 2^9 : 2^6 = \underline{\underline{2^3}} \\ \text{c)} & [8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4 = [8 \cdot (-5)]^4 : (-20)^4 = (-40)^4 : (-20)^4 = \underline{\underline{2^4}} \\ \text{d)} & 25^3 : [(-15)^5 : 3^5] = 25^3 : (-5)^5 = (5^2)^3 : (-5)^5 = \\ & = 5^6 : (-5)^5 = -5^{6-5} = -5^1 = \underline{\underline{-5}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{aligned} \text{a)} & 10 - 2 \cdot (-3)^2 + 5 \cdot (-6+2^2)^2 = 10 - 2 \cdot 9 + 5 \cdot (-6+4)^2 = \\ & = 10 - 18 + 5 \cdot (-2)^2 = 10 - 18 + 5 \cdot 4 = 10 - 18 + 20 = \underline{\underline{12}} \\ \text{b)} & [9 - \sqrt{25} \cdot (-2)^3] : [(-3-1)^2 - 9] = [9 - 5 \cdot (-8)] : [(-4)^2 - 9] = \\ & = (9 + 40) : (16 - 9) = 49 : 7 = \underline{\underline{7}} \\ \text{c)} & [\sqrt{3-2} + 5 \cdot 2^2 + (-3)^3 + (-4)^0] : (1+4)^1 = \\ & = [1 + 5 \cdot 4 + (-27) + 1] : 5^1 = (1 + 20 - 27 + 1) : 5 = -5 : 5 = \underline{\underline{-1}} \\ \text{d)} & (6 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2) : (3 - \sqrt{81})^2 = (6 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 4) : (3 - 9)^2 = \\ & = (6 + 18 + 12) : (-6)^2 = 36 : 36 = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2940 & 2 \\ 1470 & 2 \\ 735 & 3 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

a) $252 = \underline{\underline{2 \cdot 3 \cdot 7}} \quad | \quad 2940 = \underline{\underline{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2}}$

$$\textcircled{b}) \quad \begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 3 \\ 60 & 3 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$135 = 3^3 \cdot 5$
 $180 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5$

$$\text{mcd}(135, 180) = 3^2 \cdot 5 = \underline{\underline{45}}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$48 = 2^4 \cdot 3$
 $54 = 2 \cdot 3^3$

$$\text{mcm}(48, 54) = 2^4 \cdot 3^3 = \underline{\underline{432}}$$

\textcircled{7} La longitud exacta debe ser el primer múltiplo común de 15 y de 9 que se encuentre entre 150 y 200.

Como $\text{mcm}(15, 9) = 45$ y los múltiplos de 45 son:

45, 90, 135, 180, 225, 270, ...

tenemos que 180 es el primer múltiplo común de 45 (o sea, de 15 y 9) que está entre 150 y 200.

Así pues la longitud del rollo es de 180 metros

\textcircled{8} Si han de ir el mismo número de botes, éste ha de ser un divisor común a 125 y 175. Si queremos que el número de cajas sea mínimo el divisor común ha de ser el mayor posible:

$$\text{mcd}(125, 175) = \underline{\underline{25}}$$

* Por tanto irán 25 botes en cada caja.

* $125 : 25 = 5$ cajas de botes de conserva de tomate.
 $175 : 25 = 7$ cajas de botes de conserva de pimiento

Total: 12 cajas son las mínimas necesarias.