

Examen de Matemáticas – 3º de ESO

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

- Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 54 y 36 (**1 punto; 0,5 puntos para el mcd y 0,5 para el mcm**)
- Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes. No olvides simplificar el resultado. (**1 punto; 0,5 puntos por apartado**)

a) $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$

b) $\frac{12}{x} = \frac{3}{4}$

- Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas. (**2 puntos; 1 punto por apartado**)

a) $\left[\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{14} \right) \div \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right] + 3 =$ b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left[\frac{5}{2} - \left(2 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7} \right) \right] \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) =$

- Hallar la fracción generatriz de los siguientes números: (**1 punto, 0,5 puntos por apartado**)

a) $5,\widehat{6} =$ b) $5,1\overline{6} =$

- Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. Puedes dejar el resultado en forma de potencia de base y exponente positivo. (**3 puntos; 0,5 puntos por apartado**)

a) $\frac{(-3)^{-3} \cdot (-3)^7}{(-3)^2} =$

b) $\frac{(3^4)^{-3} \cdot 3^3}{3^{-10}} =$

c) $3^5 \cdot 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} =$

d) $\left[\frac{8^2}{(-4)^4} \right]^{-3} \cdot 2 =$

e) $\left(\frac{x}{y} \right)^3 \div \left(\frac{x}{y} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{y}{x} \right)^5 =$

f) $\frac{(5^{-1})^{-2} \cdot 5^{-3} \cdot 25}{(-5)^2 \cdot 5 \cdot 5^4} =$

Sugerencia: a veces es una buena técnica factorizar los números que no sean primos

- Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe $\frac{1}{2}$ de lo que recibe el mediano; y el mediano $\frac{1}{2}$ de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final? (**1 punto**)
- Roberto sale de casa con 50 € para realizar la compra. En la carnicería gasta las $\frac{2}{5}$ partes de esa cantidad. Después destina la tercera parte de lo que le queda en la frutería. Finalmente, por el camino, pierde la mitad de las vueltas. ¿Con cuánto dinero regresará a casa? (**1 punto**)

$$\textcircled{1} \quad 54 = 2 \cdot 3^3; \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2.$$

$$\text{mcd}(54, 36) = 2 \cdot 3^2 = \underline{18}$$

$$\text{mcm}(54, 36) = 2^2 \cdot 3^3 = \underline{108}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{a) } \frac{3}{2} = \frac{x}{8} \Rightarrow 24 = 2x \Rightarrow \underline{x=12}$$

$$\text{b) } \frac{12}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 48 = 3x \Rightarrow \underline{x=16}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad \text{a) } & \left[\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{14} \right) : \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right] + 3 = \left[\left(\frac{5}{3} - \frac{30}{42} \right) : \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right] + 3 = \\ & = \left[\left(\frac{70}{42} - \frac{30}{42} \right) : \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right] + 3 = \left(\frac{40}{42} : \frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right) + 3 = \\ & = \left(\frac{280}{84} - \frac{1}{2} \right) + 3 = \left(\frac{280}{84} - \frac{42}{84} \right) + 3 = \frac{238}{84} + 3 = \\ & = \frac{238}{84} + \frac{252}{84} = \frac{490}{84} = \frac{245}{42} = \underline{\underline{\frac{35}{6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left[\frac{5}{2} - \left(2 + \frac{1}{3} \right) \left(1 - \frac{1}{7} \right) \right] \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \\ & = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6} \right) - \left[\frac{5}{2} - \left(\frac{6}{3} + \frac{1}{3} \right) \left(\frac{7}{7} - \frac{1}{7} \right) \right] \cdot \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3} \right) = \\ & = \frac{5}{6} - \left[\frac{5}{2} - \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} \right] \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \left(\frac{5}{2} - \frac{42}{21} \right) \cdot \frac{2}{3} = \\ & = \frac{5}{6} - \left(\frac{105}{42} - \frac{84}{42} \right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{21}{42} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{42}{126} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{a) } 5' \widehat{6} = \frac{56-5}{9} = \underline{\underline{\frac{51}{9}}}; \quad \text{b) } 5' \widehat{16} = \frac{516-5}{9} = \underline{\underline{\frac{511}{99}}}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{a) } \frac{(-3)^{-3}(-3)^7}{(-3)^2} = \frac{(-3)^4}{(-3)^2} = (-3)^2 = \underline{\underline{3^2 = 9}}$$

$$\text{b) } \frac{(3^4)^{-3} \cdot 3^3}{3^{-10}} = \frac{3^{-12} \cdot 3^3}{3^{-10}} = \frac{3^{-9}}{3^{-10}} = \underline{\underline{3^1 = 3}}$$

$$\text{c) } 3^5 \cdot 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} = 3^3 \cdot 3^2 = \underline{\underline{3^5 = 243}}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \left[\frac{8^2}{(-4)^4} \right]^{-3} \cdot 2 = \left[\frac{(2^3)^2}{(-2^2)^4} \right]^{-3} \cdot 2 = \left[\frac{2^6}{2^8} \right]^{-3} \cdot 2 = (2^{-2})^{-3} \cdot 2 = \\ & = 2^6 \cdot 2 = \underline{\underline{2^7}} \end{aligned}$$

$$e) \left(\frac{x}{y}\right)^3 : \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^5 = \left(\frac{x}{y}\right)^5 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} = \left(\frac{x}{y}\right)^0 = \underline{\underline{1}}$$

$$f) \frac{5^{-1} \cdot 5^{-3} \cdot 25}{(-5)^2 \cdot 5 \cdot 5^4} = \frac{5^{-1} \cdot 5^{-3} \cdot 5^2}{5^2 \cdot 5 \cdot 5^4} = \frac{5^{-2}}{5^7} = 5^{-9} = \underline{\underline{\frac{1}{5^9}}}$$

6) El problema se puede ver así:

Si el mayor recibe una cantidad x , el mediano recibe el doble, $2x$ y el pequeño el cuádruplo, $4x$. Por tanto: $x + 2x + 4x = 350$, es decir:

$$7x = 350 \Rightarrow x = 50$$

Por tanto el hermano mayor recibe 50 €,
el mediano, 100 € y el menor 200 €.

7) Sale de casa con 50 €. Gasta $\frac{2}{5}$ de 50 en la carnicería, o sea, $\frac{2}{5} \cdot 50 = 20$ €. Le quedan 30 €. De éstos gasta la tercera parte en la frutería: $\frac{1}{3} 30 = 10$ €. Por tanto le quedan ahora 20 €. Pierde la mitad (10 €) por el camino.

Por tanto regresará a casa con otros 10 €