Examen de Matemáticas – 3º de ESO

1. Calcular, simplificando en todo momento:

$$\frac{17}{9}-\frac{15}{5}+\frac{4}{3}:\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right)+\frac{14}{3}\cdot\frac{8}{16}=$$

2. Operar, aplicando en todo momento las propiedades de las potencias:

a) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^4:5^{-2}=$ **b)** $\frac{2^4\cdot 3^4\cdot 4^2}{2^{-3}\cdot 8\cdot 9^2}=$

3. Dados $P(x)=4x^4-6x^3+8x^2-9x+5$, $Q(x)=2x^2+3$ y $R(x)=x^3-9x+2$, calcular:

a) $P(x)-R(x)=$ **b)** $Q(x)\cdot R(x)=$ **c)** $P(x):Q(x)=$

4. Desarrollar, aplicando igualdades notables: **a)** $(2x^2-3)^2=$ **b)** $(2x^2+3)\,(2x^2-3)=$
c) Sacar el máximo factor común: $6a^3b+2a^2b^2-2a^2b=$

5. Resolver: **a)** $\frac{2x+2}{3}-\frac{3x-2}{4}=x-1$ **b)** $(3x+1)^2+2x=2$

6. Resolver, por el método que se quiera: $\left.\begin{aligned}2x-5y&=-4\\3x+y&=11\end{aligned}\right\}$

7. De un depósito, se gasta primero la mitad del agua, y luego la cuarta parte de lo que quedaba. Al final, quedan 12 litros. Hallar la capacidad del depósito. (NOTA: No vale resolverlo por tanteo)

8. Dibujar un hexágono regular de 6 cm de lado y hallar su área.

(Todas las preguntas puntúan igual. Se permite utilizar calculadora)

Soluciones:

1. $\frac{17}{9}-\frac{15}{5}+\frac{4}{3}\div\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right)+\frac{14}{3}\cdot\frac{8}{16}=\frac{17}{9}-3+\frac{4}{3}\div\left(\frac{3}{15}+\frac{10}{15}-\frac{1}{15}\right)+\frac{14}{3}\cdot\frac{1}{2}=$

$=\frac{17}{9}-3+\frac{4}{3}\div\frac{12}{15}+\frac{14}{6}=\frac{17}{9}-3+\frac{4}{3}\div\frac{4}{5}+\frac{7}{3}=\frac{17}{9}-3+\frac{20}{12}+\frac{7}{3}=\frac{17}{9}-3+\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=$

$=\frac{17}{9}-\frac{27}{9}+\frac{15}{9}+\frac{21}{9}=\frac{26}{9}$

2. a) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^4\div 5^{-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{12}\div\frac{1}{5^2}=\frac{1}{5^{12}}\div\frac{1}{5^2}=\frac{5^2}{5^{12}}=5^{-10}=\frac{1}{5^{10}}$

b) $\frac{2^4\cdot 3^4\cdot 4^2}{2^{-3}\cdot 8\cdot 9^2}=\frac{2^4\cdot 3^4\cdot\left(2^2\right)^2}{2^{-3}\cdot 2^3\cdot\left(3^2\right)^2}=\frac{2^4\cdot 3^4\cdot 2^4}{2^{-3}\cdot 2^3\cdot 3^4}=\frac{2^8\cdot 3^4}{2^0\cdot 3^4}=2^8\cdot 3^0=2^8$

3. a) $P(x)-R(x)=\left(4x^4-6x^3+8x^2-9x+5\right)-\left(x^3-9x+2\right)=$

$=4x^4-6x^3+8x^2-9x+5-x^3+9x-2=4x^4-7x^3+8x^2+3$

b) $Q(x)\cdot R(x)=\left(2x^2+3\right)\cdot\left(x^3-9x+2\right)=2x^5-18x^3+4x^2+3x^3-27x+6=$

$=2x^5-15x^3+4x^2-27x+6$

c)
$$\begin{array}{rrrrr|l}
4x^4 & -6x^3 & +8x^2 & -9x & +5 & 2x^2+3 \\ \cline{6-6}
-4x^4 & & -6x^2 & & & 2x^2-3x+1 \\ \cline{1-5}
 & -6x^3 & +2x^2 & -9x & +5 & \\
 & 6x^3 & & +9x & & \\ \cline{2-5}
 & & 2x^2 & & +5 & \\
 & & -2x^2 & & -3 & \\ \cline{3-5}
 & & & & 2 &
\end{array}$$

Cociente: $C(x)=2x^2-3x+1$; Resto: $R=2$

4. a) $\left(2x^2-3\right)^2=\left(2x^2\right)^2-2\cdot\left(2x^2\right)\cdot 3+3^2=4x^4-12x^2+9$

b) $\left(2x^2+3\right)\left(2x^2-3\right)=\left(2x^2\right)^2-3^2=4x^4-9$

c) $6a^3b+2a^2b^2-2a^2b=2a^2b\left(3a+b-1\right)$

5. a) $\frac{2x+2}{3}-\frac{3x-2}{4}=x-1$. Multiplicando todos los términos por el máximo común divisor de los denominadores, que es 12, tenemos: $4\left(2x+2\right)-3\left(3x-2\right)=12x-12\Rightarrow$

$\Rightarrow 8x+8-9x+6=12x-12\Rightarrow -x+14=12x-12\Rightarrow -x-12x=-12-14\Rightarrow$

$\Rightarrow -13x=-26\Rightarrow x=\frac{-26}{-13}\Rightarrow x=2$

b) $(3x+1)^2+2x=2 \Rightarrow 9x^2+6x+1+2x=2 \Rightarrow 9x^2+8x-1=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot 9\cdot(-1)}}{2\cdot 9}=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{18}=\frac{-8\pm\sqrt{100}}{18}=\frac{-8\pm 10}{18}=\begin{cases} x_1=\dfrac{2}{18}=\dfrac{1}{9} \\ x_2=\dfrac{-18}{18}=-1 \end{cases}$$

6. $\left.\begin{array}{r} 2x-5y=-4 \\ 3x+y=11 \end{array}\right\}$ Despejando *y* de la segunda ecuación: $y=11-3x$. Sustituyendo este valor en la primera ecuación: $2x-5(11-3x)=-4 \Rightarrow 2x-55+15x=-4 \Rightarrow 17x=51 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{51}{17} \Rightarrow x=3$. Volviendo a sustituir este valor $y=11-3\cdot 3=11-9 \Rightarrow y=2$.

7. Llamemos *x* a la capacidad del depósito. La mitad del depósito es $\dfrac{x}{2}$, que es lo que gastamos primero, por tanto en el depósito queda la otra mitad: $x-\dfrac{x}{2}=\dfrac{x}{2}$. Luego se gasta la cuarta parte de esto que quedaba: $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{x}{2}\right)=\dfrac{x}{8}$. Como al final quedan 12 litros, la ecuación que hemos de resolver es: $x-\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{8}=12 \Rightarrow 8x-4x-x=96 \Rightarrow 3x=96 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{96}{3} \Rightarrow x=32$. Por tanto la capacidad del depósito era de 32 litros.

8. El área *A* de todo polígono regular es $A=\dfrac{perímetro\times apotema}{2}$. El perímetro de un hexágono es 6 veces el lado, por tanto: $perímetro=6\cdot 6=36$ cm. Además, en el caso de un hexágono el lado coincide con el radio del mismo (ver figura). Utilizando el teorema de Pitágoras se puede hallar la apotema *a*:

$6^2=a^2+3^2 \Rightarrow a^2=36-9 \Rightarrow a^2=25 \Rightarrow a=\sqrt{27} \Rightarrow a\cong 5,2$ cm

Entonces: $A=\dfrac{perímetro\times apotema}{2}=\dfrac{36\cdot 5,2}{2}=\dfrac{187,2}{2}=93,6\text{ cm}^2$