Examen de Matemáticas – 3º de ESO

***Instrucciones**: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.*

Ecuaciones y sistemas:

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (la primera es de primer grado y la segunda de segundo grado): **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\dfrac{x+4}{2}-\dfrac{6-x}{4}=\dfrac{1-3x}{5}+3$ b) $\dfrac{x^2-1}{2}-\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{2}{3}(x+1)$

2. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres más adecuado: **(1 punto)**

$$\left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ \dfrac{2x+y}{4}-\dfrac{y-2}{2}=5-\dfrac{3x-5}{2} \end{array}\right\}$$

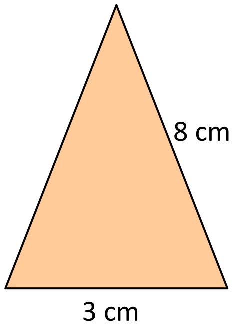
Problemas:

3. Halla un número de tal forma que la suma de su doble más su triple sea igual al número más 28. **(1 punto)**
4. La edad de Marta es la mitad que la de su hermano Miguel y la edad de Miguel menos 10 años es igual a la edad de su hermana Marta más 2 años. ¿Cuántos años tiene cada uno? **(1 punto)**

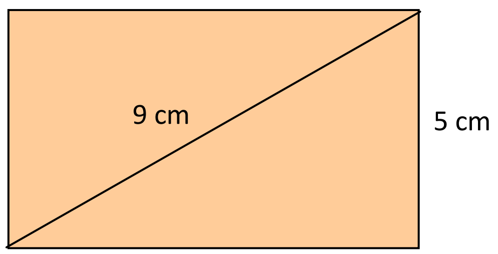
Geometría:

5. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 3 centímetros y la hipotenusa 7 centímetros. ¿Cuánto mide el otro cateto? ¿Cuál es el área del triángulo? **(1 punto)**
6. Halla el área de las figuras sombreadas. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

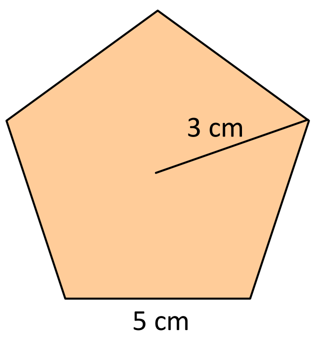
a) Triángulo isósceles:



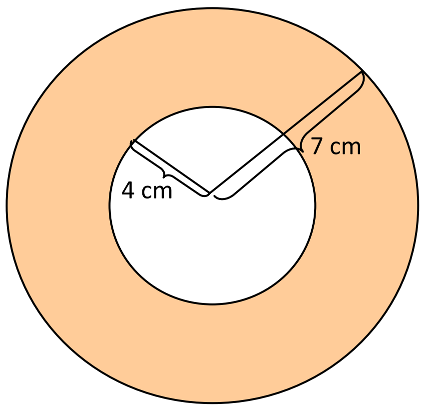
b) Rectángulo:



c) Pentágono



d) Corona circular



Soluciones:

1. a) $\dfrac{x+4}{2}-\dfrac{6-x}{4}=\dfrac{1-3x}{5}+3\Rightarrow 10(x+4)-5(6-x)=4(1-3x)+60\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x+40-30+5x=4-12x+60\Rightarrow 15x+10\Rightarrow$

$\Rightarrow -12x+64\Rightarrow 15x+12x=64-10\Rightarrow\Rightarrow 27x=54\Rightarrow x=\dfrac{54}{27}\Rightarrow x=2$.

b) $\dfrac{x^2-1}{2}-\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{2}{3}(x+1)\Rightarrow 3(x^2-1)-(x-5)=4(x+1)\Rightarrow$

$3x^2-3-x+5=4x+4\Rightarrow 3x^2-5x-2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 3\cdot(-2)}}{2\cdot 3}=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\dfrac{5\pm\sqrt{49}}{6}=$

$=\dfrac{5\pm 7}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{12}{6}=2 \\ x_2=\dfrac{-2}{6}=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$

2. $\left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ \dfrac{2x+y}{4}-\dfrac{y-2}{2}=5-\dfrac{3x-5}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 2x+y-2(y-2)=20-2(3x-5)\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 2x+y-2y+4=20-6x+10\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 8x-y=26\end{array}\right\}$. Despejando x de la primera ecuación $x=7+2y$.
Sustituyendo este valor en la segunda: $8(7+2y)-y=26\Rightarrow$

$\Rightarrow 56+16y-y=26\Rightarrow 15y=-30\Rightarrow y=\dfrac{-30}{15}\Rightarrow y=-2$. De aquí se obtiene el valor de la incógnita *x*:
$x=7+2y\Rightarrow x=7+2(-2)=7-4\Rightarrow x=3$.

3. Llamemos *x* al número. Entonces:

$2x+3x=x+28\Rightarrow 5x\Rightarrow x+28\Rightarrow 5x-x=28\Rightarrow 4x=28\Rightarrow x=\dfrac{28}{4}\Rightarrow x=7.$

Así pues el número que se busca es el 7.

4. Llamemos *x* a la edad de Marta y llamemos *y* a la edad de Miguel. Entonces, según el enunciado:
$\left.\begin{array}{r} x=\dfrac{y}{2} \\ y-10=x+2\end{array}\right\}$. Despejando *y* de la primera ecuación tenemos: $y=2x$. Sustituyendo este valor en la segunda ecuación:

$2x-10=x+2\Rightarrow 2x-x=2+10\Rightarrow x=12.$

Volviendo a sustituir este valor $y=2\cdot 12\Rightarrow y=24.$

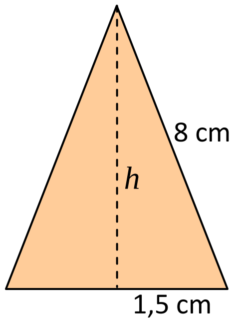
Así pues, la edad de Marta es de 12 años y la de Miguel de 24 años.

5. Por el teorema de Pitágoras, la longitud *c* del otro cateto será:

$7^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 49 - 9 \Rightarrow c^2 = 40 \Rightarrow c = \sqrt{40} \Rightarrow c \cong 6,32$ centímetros.

El área del triángulo rectángulo será: $A = \dfrac{base \cdot altura}{2} = \dfrac{3 \cdot 6,32}{2} = 9,48$ cm^2.

6. a) Hallemos la altura *h* utilizando el teorema de Pitágoras:



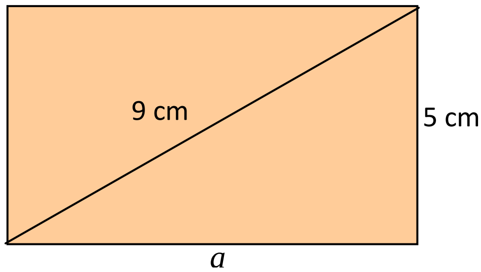
$8^2 = h^2 + 1,5^2 \Rightarrow h^2 = 64 - 2,25 \Rightarrow h^2 = 61,75$

$\Rightarrow h = \sqrt{61,75} \Rightarrow h \cong 7,858$ cm.

Por tanto el área del triángulo es

$$A = \frac{base \times altura}{2} = \frac{3 \cdot 7,858}{2} = 11,787 \text{ cm}^2.$$

b) El lado *a* del rectángulo lo hallaremos utilizando el teorema de Pitágoras:

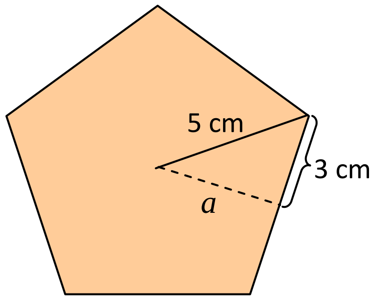


$9^2 = 5^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 81 - 25 \Rightarrow a^2 = 56 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \sqrt{56} \cong 7,48$ cm.

Por tanto el área del rectángulo es $A = base \cdot altura = 7,48 \cdot 5 = 37,4$ cm^2.

c) La apotema *a* del pentágono se puede hallar mediante el teorema de Pitágoras:



$5^2 = a^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = a^2 + 9 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ cm.

Entonces el área del pentágono es:

$$A = \frac{perímetro \times apotema}{2} = \frac{30 \cdot 4}{2} = 60 \text{ cm}^2.$$

d) El área de la corona circular es: $A = \pi R^2 - \pi r^2$, donde *R* es el radio mayor y *r* es el radio menor. Por tanto:

$A = \pi 5^2 - \pi 2^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi = 65,97$ cm^2.