

Examen de Matemáticas – 3º de ESO

1. Simplifica los siguientes radicales: [1 puntos; 0,5 puntos por apartado]

a) $\sqrt[18]{729}$

b) $\sqrt[6]{512}$

2. Realiza las siguientes operaciones con radicales y, si es posible, simplifica el resultado: [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $4\sqrt[6]{3} \cdot 6\sqrt[6]{27}$

b)
$$\frac{(\sqrt[6]{x^5})^2}{\sqrt[12]{x^8}}$$

3. Dados los polinomios $P(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1$, $Q(x) = -x^2 + 1$ y $R(x) = -2x^2 + x - 2$, efectúa las siguientes operaciones: [2 puntos; 1 punto por apartado]

a) $(P(x) - Q(x)) \cdot R(x)$

b) $P(x) : R(x)$

4. Extraer factor común en las siguientes expresiones: [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $18xy - 6x + 24x^2y$

b) $12a^3b^2 + 24a^4b^4 - 36a^2b^3$

5. Desarrollar aplicando las igualdades notables: [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $(4a^2 - 3a)^2$

b) $(5x + 4x^2)^2$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado: [2 puntos; 1 punto por apartado]

a) $x - \frac{2x-3}{4} = \frac{2-x}{6} - 1$

b) $\frac{2(-x+3)}{6} - \frac{(3-2x)}{18} = x + \frac{3-x}{9}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: [2 puntos; 1 punto por apartado]

a) $(2x-3)^2 + x^2 + 6 = (3x+1)(3x-1)$

b) $\frac{x-x^2}{2} - \frac{2(3x^2-9)}{6} + 1 = \frac{x^2+2}{3} - \frac{3x}{2}$

$$\textcircled{1} \quad \text{a}) \sqrt[18]{729} = \sqrt[18]{3^6} = \underline{\underline{\sqrt[3]{3}}}$$

$$\text{b}) \sqrt[6]{512} = \sqrt[6]{2^9} = \underline{\underline{\sqrt[3]{2^3}}} = \underline{\underline{\sqrt{8}}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{a}) 4 \sqrt[6]{3} \cdot 6 \sqrt[6]{27} = 24 \sqrt[6]{81} = 24 \cdot \sqrt[6]{3^4} = \underline{\underline{24 \sqrt[3]{3^2}}} = \underline{\underline{24 \sqrt[3]{9}}}$$

$$\text{b}) \frac{(\sqrt[6]{x^5})^2}{\sqrt[12]{x^8}} = \frac{\sqrt[6]{x^{10}}}{\sqrt[12]{x^8}} = \frac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt[3]{x^2}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{x^3}}} = \underline{\underline{x}}$$

$$\textcircled{3} \quad (P(x) - Q(x)) \cdot R(x) = [(2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1) - (-x^2 + 1)] \cdot (-2x^2 + x - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{a}) &= (2x^5 - x^4 + 2x^2 + 2x - 1) \cdot (-2x^2 + x - 2) = \\ &= -4x^7 + 2x^6 - 4x^5 + 2x^6 - x^5 + 2x^4 - 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 - \\ &\quad - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 4x^2 - 2x + 4 = \\ &= \underline{\underline{-4x^7 + 4x^6 - 5x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x + 4}} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 + 0x^3 + x^2 + 2x - 1 \\ - 2x^5 + x^4 - 2x^3 \\ \hline - 2x^3 + x^2 + 2x - 1 \\ + 2x^3 - x^2 + 2x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \overbrace{-2x^2 + x - 2} \\ \overbrace{-x^3 + x} \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{Cociente}} \\ \overbrace{4x - 1} \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{Resto}} \end{array}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{a}) 18xy - 6x + 24x^2y = \underline{\underline{6x(3y - 1 + 4xy)}}$$

$$\text{b}) 12a^3b^2 + 24a^4b^4 - 36a^2b^3 = \underline{\underline{12a^2b^2(a + 2a^2b^2 - 3b)}}$$

$$\textcircled{5} \quad (4a^2 - 3a)^2 = (4a^2)^2 - 2 \cdot 4a^2 \cdot 3a + (3a)^2 = \underline{\underline{16a^4 - 24a^3 + 9a^2}}$$

$$(5x + 4x^2)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4x^2 + (4x^2)^2 = \underline{\underline{25x^2 + 40x^3 + 16x^4}}$$

⑥ a) $x - \frac{2x-3}{4} = \frac{2-x}{6} - 1$; $\frac{12x}{12} - \frac{6x-9}{12} = \frac{4-2x}{12} - \frac{12}{12}$;
 $12x - 6x + 9 = 4 - 2x - 12$; $12x - 6x + 2x = 4 - 12 - 9$;
 $8x = -17$; $x = \underline{\underline{-\frac{17}{8}}}$

b) $\frac{2(-x+3)}{6} - \frac{3-2x}{18} = x + \frac{3-x}{9}$; $\frac{6(-x+3)}{18} - \frac{3-2x}{18} = \frac{18x}{18} + \frac{6-2x}{18}$
 $-6x + 18 - 3 + 2x = 18x + 6 - 2x$; $-6x + 2x - 18x + 2x = 6 - 18 + 3$;
 $-20x = -9$; $x = \underline{\underline{\frac{-9}{-20}}} : x = \underline{\underline{\frac{9}{20}}}$

⑦ a) $(2x-3)^2 + x^2 + 6 = (3x+1)(3x-1)$; $4x^2 - 12x + 9 + x^2 + 6 = 9x^2 - 1$;
 $4x^2 - 12x + 9 + x^2 + 6 - 9x^2 + 1 = 0$; $\underline{\underline{-4x^2 - 12x + 16 = 0}}$
 $x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 16}}{2 \cdot (-4)} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 256}}{-8} =$
 $= \frac{12 \pm \sqrt{400}}{-8} = \frac{12 \pm 20}{-8} = \begin{cases} x_1 = \frac{32}{-8} ; x_1 = \underline{\underline{-4}} \\ x_2 = \frac{-8}{-8} ; x_2 = \underline{\underline{1}} \end{cases}$

b) $\frac{x-x^2}{2} - \frac{2(3x^2-9)}{6} + 1 = \frac{x^2+2}{3} - \frac{3x}{2}$;

$$\frac{3x-3x^2}{6} - \frac{6x^2-18}{6} + \frac{6}{6} = \frac{2x^2+4}{6} - \frac{9x}{6}$$

$$3x - 3x^2 - 6x^2 + 18 + 6 = 2x^2 + 4 - 9x$$

$$\underline{\underline{-11x^2 + 12x + 20 = 0}}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-11) \cdot 20}}{2 \cdot (-11)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 880}}{-22} =$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{1024}}{-22} = \frac{-12 \pm 32}{-22} = \begin{cases} x_1 = \frac{20}{-22} ; x_1 = \underline{\underline{-\frac{10}{11}}} \\ x_2 = \frac{-44}{-22} ; x_2 = \underline{\underline{2}} \end{cases}$$