

**Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B**

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + 2}{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)} = \quad \text{b) } \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) + \frac{5}{7}}{1 + \frac{2}{2/3 + 2}} =$$

2. Realiza las siguientes operaciones con potencias y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} =$$

3. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} = \quad \text{b) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} =$$

4. Racionaliza: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \quad \text{b) } \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \quad \text{b) } \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3}$$

$$\text{c) } 3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \quad \text{d) } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ a) } 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + 2}{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)} &= 2 - \frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{4} + 2}{\left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right)\left(1 - \frac{3}{4}\right)} = \\ &= 2 - \frac{\frac{4}{20} - \frac{15}{20} + \frac{40}{20}}{\frac{1}{15} \cdot \left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4}\right)} = 2 - \frac{\frac{29}{20}}{\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4}} = 2 - \frac{\frac{29}{20}}{\frac{1}{60}} = \\ &= 2 - \frac{60 \cdot 29}{20} = 2 - 3 \cdot 29 = 2 - 87 = \underline{\underline{-85}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{2}{3} + 2}} + \frac{5}{7} &= \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{6}{15}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{2}{3} + \frac{6}{3}}} + \frac{5}{7} = \\ &= \frac{5\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right)}{1 + \frac{2}{\frac{8}{3}}} + \frac{5}{7} = \frac{5\left(\frac{5}{10} - \frac{4}{10}\right)}{1 + \frac{6}{8}} + \frac{5}{7} = \frac{5 \cdot \frac{1}{10}}{1 + \frac{3}{4}} + \frac{5}{7} = \\ &= \frac{\frac{5}{10}}{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}} + \frac{5}{7} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{4}} + \frac{5}{7} = \frac{4}{14} + \frac{5}{7} = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot 3^6 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-1}}{2^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^8 \cdot 3^5} = \frac{2^{-3} \cdot 3^7}{2^{-4} \cdot 3^9} = 2 \cdot 3^{-2} = \frac{2}{3^2} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \left(\frac{4}{3}\right)^2} &= \frac{\frac{1}{2^{-8}} \cdot \frac{2^{-2}}{3^{-2}} \cdot \frac{3^6}{2^6}}{2^3 \frac{2^{-3}}{3^{-2}} \frac{1}{3^{-3}} \frac{2^4}{3^2}} = \frac{\frac{2^{-2} \cdot 3^6}{2^{-2} \cdot 3^{-2}}}{\frac{2^4}{3^{-3}}} = \\ &= \frac{2^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3^{-3}}{2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 2^4} = \frac{2^{-2} \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^{-2}} = 2^{-4} \cdot 3^5 = \frac{3^5}{2^4} = \underline{\underline{\frac{243}{16}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ a) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27}} \sqrt[3]{9} &= \sqrt{3^2 \sqrt{3^3}} \sqrt[3]{3^2} = \sqrt{\sqrt{3^7}} \sqrt[3]{3^2} = \\ &= \sqrt[6]{3^{21}} \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[6]{3^{25}} = \sqrt[12]{3^{25}} = 3^2 \sqrt[12]{3} = \underline{\underline{9 \sqrt[12]{3}}} \\ \text{b) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} &= -2\sqrt{3^3} + 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} \\ &= -2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \\ &= (-6 + 8 - 10 + 5)\sqrt{3} = \underline{\underline{-3\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$④ a) \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{3 \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^3} \sqrt[5]{3^2}} = \frac{3 \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{3 \sqrt[5]{9}}{3} = \underline{\underline{\sqrt[5]{9}}}$$

$$b) \frac{9}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{5}-\sqrt{2})(2\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{5})^2-\sqrt{2}^2} = \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{20-2} =$$

$$= \frac{9(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{18} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}}}$$

$$⑤ a) \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \Rightarrow (\text{multiplicando por } 6) :$$

$$3(x-1) + 8 - 2(x-3) = 6x+6 \Rightarrow 3x-3+8-2x+6 = 6x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+11 = 6x+6 \Rightarrow x-6x = 6-11 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$$

$$b) \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3} \Rightarrow (\text{multiplicando por } 42)$$

$$3(x+3) - 7(2x+1) + 6(x+3) = 3(3x-5) + 14(x-5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x+9-14x-7+6x+18 = 9x-15+14x-70 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5x+20 = 23x-85 \Rightarrow -5x-23x = -85-20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -28x = -105 \Rightarrow x = \frac{-105}{-28} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{15}{4}}}$$

$$c) 3x^2-2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \Rightarrow 12x^2-8x = -2x(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x^2-8x = -2x^2+6x \Rightarrow 14x^2-14x = 0 \Rightarrow x(14x-14) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 14x-14=0 \Rightarrow 14x=14 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}} \end{cases}$$

$$d) \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x)^2 - 1^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{1}{9} + 3x = 4x^2 - 1 + 1; (\text{multiplicando por } 9)$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 27x = 36x^2 - 9 + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 31x + 1 = 36x^2 \Rightarrow -32x^2 + 31x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 31^2 - 4(-32) \cdot 1 = 961 + 128 = 1089$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-31 \pm \sqrt{1089}}{2 \cdot (-32)} = \frac{-31 \pm 33}{-64} =$$

$$= \begin{cases} x = \frac{-31+33}{-64} = \frac{2}{-64} = \underline{\underline{-\frac{1}{32}}} \\ x = \frac{-31-33}{-64} = \frac{-64}{-64} = \underline{\underline{1}} \end{cases}$$