Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

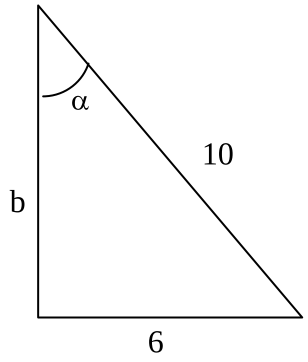
1. Resuelve la siguiente ecuación: **(1 punto)**

$$\frac{2}{x-3}+\frac{5}{x}=2$$

2. Dado el siguiente triángulo rectángulo:

a) Calcula, utilizando el teorema de Pitágoras, lo que mide el cateto b. **(0,5 puntos)**

b) Calcula las razones trigonométricas del ángulo α. **(1 punto)**



3. Supongamos que tg $\alpha = \frac{1}{2}$. Hallar, utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría, el resto de razones trigonométricas del ángulo α. **(1 punto)**

4. Dados los puntos A(1, 2); B(–2, 3) y C(–3, –1):

a) Calcula las coordenadas x e y de un punto D(x, y) para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean equivalentes **(1 punto)**

b) Halla el módulo de esos dos vectores. **(1 punto)**

5. Dados los puntos A(1, –4); B(2, 2); C(5, –2) y D(4, –1), realiza las siguientes operaciones en coordenadas:

a) $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}$ **(0,5 puntos)**

b) $\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AB}$ **(0,5 puntos)**

c) $4(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$ **(0,5 puntos)**

6. Sean los puntos A(2, –3) y B(–4, 5). Hallar:

a) d(A, B) **(0,5 puntos)**

b) Las coordenadas del punto medio de A y B **(1 punto)**

c) Las coordenadas x e y de un punto C(x, y) tal que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}$ **(1 punto)**

d) Las coordenadas de un vector $\vec{u}$ que sea paralelo al vector $\overrightarrow{AB}$ **(0,5 puntos)**

Examen de Matemáticas B

9 de mayo de 2007
Curso: 4º de ESO D+E

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Resuelve la siguiente ecuación: **(1 punto)**

$\frac{2}{x-3}+\frac{5}{x}=2$ m.c.m$(x-3,\ x) = x(x-3)$. Multiplicando todos los términos por $x(x-3)$:

$2x + 5(x-3) = 2x(x-3) \Rightarrow 2x + 5x - 15 = 2x^2 - 6x$

$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 15 = 0$

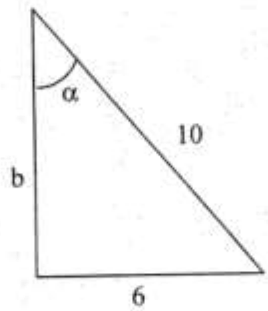
$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4\cdot 2\cdot 15}}{2\cdot 2} = \frac{13 \pm \sqrt{49}}{4} =$$

$$= \frac{13 \pm 7}{4} = \begin{cases} 5 \\ \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2. Dado el siguiente triángulo rectángulo:

a) Calcula, utilizando el teorema de Pitágoras, lo que mide el cateto b. **(0,5 puntos)**

b) Calcula las razones trigonométricas del ángulo α. **(1 punto)**



a) $10^2 = b^2 + 6^2 \Rightarrow 100 = b^2 + 36$

$\Rightarrow b^2 = 100 - 36 \Rightarrow b^2 = 64$

$\Rightarrow b = \sqrt{64} = 8$

b) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\cos\alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

I.E.S. "Fernando de Mena" Departamento de Matemáticas

3. Supongamos que tg $\alpha = \frac{1}{2}$. Hallar, utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría, el resto de razones trigonométricas del ángulo α. **(1 punto)**

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \underline{\cos\alpha = 2\,\text{sen}\,\alpha}$$

Sustituyendo en $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$:

$$\text{sen}^2\alpha + (2\,\text{sen}\,\alpha)^2 = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha + 4\,\text{sen}^2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow 5\,\text{sen}^2\alpha = 1 \Rightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}}};$$

$$\cos\alpha = 2\,\text{sen}\,\alpha \Rightarrow \underline{\underline{\cos\alpha = 2\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

4. Dados los puntos A(1, 2); B(–2, 3) y C(–3, –1):

a) Calcula las coordenadas x e y de un punto D(x, y) para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean equivalentes **(1 punto)**

b) Halla el módulo de esos dos vectores. **(1 punto)**

a) $\overrightarrow{AB} = (-3, 1)$; $\overrightarrow{CD} = (x+3, y+1)$

Para que $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean equivalentes: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow$

$\Rightarrow (-3, 1) = (x+3, y+1) \Rightarrow -3 = x+3$;

$1 = y+1 \Rightarrow x = -6$, $y = 0$

Por tanto el punto D es $\underline{\underline{D(-6, 0)}}$

b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10}$ (puesto que $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ son vectores equivalentes)

5. Dados los puntos A(1, –4); B(2, 2); C(5, –2) y D(4, –1), realiza las siguientes operaciones en coordenadas:

a) $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}$ **(0,5 puntos)**

b) $\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{AB}$ **(0,5 puntos)**

c) $4(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})$ **(0,5 puntos)**

$\overrightarrow{AB}=(1,6)$; $\overrightarrow{CD}=(-1,1)$

a) $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}=(1,6)+3(-1,1)=(1,6)+(-3,3)=$
$=\underline{\underline{(-2,9)}}$

b) $\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{AB}=(-1,1)-2(1,6)=(-1,1)-(2,12)=$
$=\underline{\underline{(-3,-11)}}$

c) $4(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})=4\left[(1,6)-(-1,1)\right]=$
$=4(2,5)=\underline{\underline{(8,20)}}$

6. Sean los puntos A(2, –3) y B(–4, 5). Hallar:

a) d(A, B) **(0,5 puntos)**

b) Las coordenadas del punto medio de A y B **(1 punto)**

c) Las coordenadas x e y de un punto C(x, y) tal que $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC}$ **(1 punto)**

d) Las coordenadas de un vector $\vec{u}$ que sea paralelo al vector $\overrightarrow{AB}$ **(0,5 puntos)**

a) $d(A,B)=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-6)^2+8^2}=\sqrt{36+64}=$
$=\sqrt{100}=\underline{\underline{10}}$

b) $M=\left(\dfrac{2+(-4)}{2},\dfrac{(-3)+5}{2}\right)=\underline{\underline{(-1,1)}}$

c) $\overrightarrow{AC}=(x-2,y+3)$; $\overrightarrow{BC}=(x+4,y-5)$. Como
$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BC}\Rightarrow(x-2,y+3)=2(x+4,y-5)\Rightarrow$
$\Rightarrow(x-2,y+3)=(2x+8,2y-10)\Rightarrow$
$\Rightarrow x-2=2x+8$; $y+3=2y-10\Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{\underline{x=-10}}$; $\underline{\underline{y=13}}$. Así el punto C es $\underline{\underline{C(-10,13)}}$

d) $\overrightarrow{AB}=(-6,8)$. Un vector paralelo a $\overrightarrow{AB}$ puede ser, por ejemplo, $(-12,16)$, $(3,-4)$, etc.