

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (*de segundo grado, bicuadrada, con una raíz y con la incógnita en el denominador*). **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3}$

b) $(x^2+1)^2 + 6 = 5(x^2+1)$

c) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$

d) $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que se indica. **Nota:** a veces, antes de aplicar el método que sea, es conveniente expresar el sistema en su forma reducida. **(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{array} \right\}, \text{ por igualación.}$

b) $\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{5} - \frac{3y-1}{10} = \frac{-3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y+7}{4} = \frac{19}{8} \end{array} \right\}, \text{ por reducción.}$

c) $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{array} \right\}, \text{ por sustitución.}$

3. Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 euros para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 euros a cada uno. ¿Cuántos fueron finalmente de excursión y cuánto pagó cada uno? **(1,5 puntos)**

(Es obligado contemplar los siguientes apartados para hacer el problema: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3} \Rightarrow \frac{x+7}{12} - \frac{3x^2+3}{12} = \frac{12}{12} - \frac{4x^2+8}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7-3x^2-3 = 12-4x^2-8 \Rightarrow -3x^2+x+4 = -4x^2+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{x=0} \\ x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \end{array} \right.$$

$$\text{b) } (x^2+1)^2 + 6 = 5(x^2+1) \Rightarrow (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 + 6 = 5x^2 + 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^2 + 7 = 5x^2 + 5 \Rightarrow x^4 - 3x^2 + 2 = 0 ; \quad \underline{x^2 = z}$$

$$z^2 - 3z + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 ;$$

$$z = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \underline{z_1 = 2} \\ \underline{z_2 = 1} \end{array} \right.$$

$$\cdot \text{ Si } z_1 = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow \underline{x = \pm \sqrt{2}}$$

$$\cdot \text{ Si } z_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \underline{x = \pm 1}$$

$$\text{c) } \sqrt{x^2+7} + 2 = 2x \Rightarrow \sqrt{x^2+7} = 2x - 2 \Rightarrow (\sqrt{x^2+7})^2 = (2x-2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 7 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow x^2 + 7 = 4x^2 - 8x + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 8x - 3 = 0 ; \quad \Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 64 + 36 = 100$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm 10}{6} = \left\{ \begin{array}{l} \underline{x_1 = 3} \\ \underline{x_2 = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}} \end{array} \right.$$

$$\text{d) } \frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2} \Rightarrow 2x \cdot \frac{x+2}{x} + 2x \cdot 3x = 2x \cdot \frac{5x+6}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 ;$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0 ; \quad x = \frac{4 \pm 0}{2} \Rightarrow \underline{x = 2}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ 2x - y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x = 24 + 3y \\ 2x = 8 + y \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{24+3y}{2} \\ x = \frac{8+y}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{24+3y}{2} = \frac{8+y}{2} \Rightarrow 24+3y = 8+y$$

$$\Rightarrow 2y = -16 \Rightarrow \underline{y = -8}$$

$$\text{Como } x = \frac{8+y}{2} \Rightarrow x = \frac{8+(-8)}{2} = \frac{0}{2} \Rightarrow \underline{x = 0}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{x+2}{5} - \frac{3y-1}{10} &= \frac{-3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y+7}{4} &= \frac{19}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x+4-3y+1 &= -3 \\ 2x+3+2y+14 &= 19 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x-3y &= -8 \\ 2x+2y &= 2 \end{aligned} \right\} \times (-1) \quad \left. \begin{aligned} 2x-3y &= -8 \\ -2x-2y &= -2 \end{aligned} \right\} +$$

$$-5y = -10 \Rightarrow \underline{\underline{y=2}}$$

Sustituyendo en $2x+2y=2 \Rightarrow 2x+2 \cdot 2=2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x+4=2 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow \underline{\underline{x=-1}}$

$$c) \left. \begin{aligned} 2x+y &= 3 \\ xy-y^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= 3-2x \\ x(3-2x) - (3-2x)^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$3x - 2x^2 - (9 - 12x + 4x^2) = 0 \Rightarrow 3x - 2x^2 - 9 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$\Rightarrow -6x^2 + 15x - 9 = 0 ; \Delta = 15^2 - 4(-6)(-9) = 9$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{9}}{-12} = \frac{-15 \pm 3}{-12} = \begin{cases} x_1 = \frac{-12}{-12} \Rightarrow \underline{\underline{x_1=1}} \\ x_2 = \frac{-18}{-12} \Rightarrow \underline{\underline{x_2=\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

* Si $x_1=1 \Rightarrow y_1=3-2 \cdot 1 \Rightarrow \underline{\underline{y_1=1}}$

* Si $x_2=\frac{3}{2} \Rightarrow y_2=3-2 \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{y_2=0}}$

③ Iban: x amigos ; Finalmente fueron: $x+2$ amigos
 Pagaban: y euros ; Finalmente pagaron: $y-28$ euros

$$\left. \begin{aligned} xy &= 490 \\ (x+2)(y-28) &= 490 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= \frac{490}{x} \\ xy - 28x + 2y - 56 &= 490 \end{aligned} \right\}$$

$$\times \frac{490}{x} - 28x + 2 \frac{490}{x} = 546 \Rightarrow 490 - 28x + \frac{980}{x} = 546$$

$$\Rightarrow 490x - 28x^2 + 980 = 546x \Rightarrow 28x^2 + 56x - 980 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 ; \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 4 + 140 = 144$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

La solución x_2 se descarta porque no puede haber un número negativo de amigos.

Si $x=5 \Rightarrow y = \frac{490}{5} = 98$. Por tanto fueron de excursión 5 amigos y cada uno pagó 98 euros.